

А. М. Карпачевский¹, Ч. Б. Жанарбаев², М. А. Липовецкая³

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕОГРАФИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

АННОТАЦИЯ

В статье рассматриваются особенности пространственно-временного моделирования географических сетей, в которых структура и функционирование зависят как от пространственного размещения элементов, так и от временной динамики их активности. Подчеркивается необходимость различать два ключевых процесса: динамику — изменения состояния сети при фиксированной или слабо изменяющейся топологии и эволюцию — долгосрочные изменения структуры сети, включающие модификацию ее топологии и пространственной конфигурации. Описываются теоретические основы анализа географических сетей, отличающихся от традиционных абстрактных графов учетом физического расположения узлов и связей. Показано, что пространственно-временные свойства сети существенно влияют на процессы распространения потоков, надежность функционирования и уязвимость систем. Приводится формализация динамических пространственно-временных сетей, в которых узлы и ребра активны в определенные моменты времени, а их характеристика связана с реальными физическими условиями. На примере сетей общественного транспорта анализируются особенности временной изменчивости связности, доступности и скорости перемещения. Для общественного транспорта г. Челябинска показана динамика средней продолжительности пути в течение суток. Эволюционные процессы пространственной структуры исследуются на примере магистральных электрических сетей России за период 1933–2020 гг. с использованием сетевых метрик устойчивости, однородности и уязвимости. Проведен анализ ключевых этапов развития региональных энергосистем и выявлены закономерности изменения их структурной устойчивости. Полученные результаты подчеркивают важность пространственно-временного подхода для оценки состояния, моделирования функционирования, планирования развития и эффективного управления географическими сетями в условиях изменяющихся пространственных и временных факторов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: динамика сетей, транспортные сети, эволюция сетей, электрические сети

¹ Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, географический факультет, Ленинские горы, д. 1, Москва, Россия, 119991,
e-mail: karpach-am@yandex.ru

² Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, географический факультет, Ленинские горы, д. 1, Москва, Россия, 119991,
e-mail: chingiz.zhanarbaev@student.msu.ru

³ Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, географический факультет, Ленинские горы, д. 1, Москва, Россия, 119991,
e-mail: mlipovetskaya35@gmail.com

Andrey M. Karpachevskiy¹, Chingiz B. Zhanarbaev², Maria A. Lipovetskaya³

SPATIO-TEMPORAL MODELING OF GEOGRAPHIC NETWORKS

ABSTRACT

The article discusses the features of spatial and temporal modeling of geographic networks, in which the structure and functioning depend both on the spatial arrangement of elements and on the temporal dynamics of their activity. The need to distinguish between two key processes is emphasized: dynamics — changes in the network state with a fixed or slightly changing topology, and evolution — long-term changes in the network structure, including modification of its topology and spatial configuration. The theoretical foundations of the analysis of geographic networks, which differ from traditional abstract graphs by taking into account the physical location of nodes and connections, are described. It is shown that the spatiotemporal properties of the network significantly affect the processes of flow propagation, reliability of functioning and vulnerability of systems. The paper formalizes dynamic space-time networks in which nodes and edges are active at certain points in time, and their characteristics are related to real physical conditions. Using the example of public transport networks, the features of temporal variability of connectivity, accessibility and speed of movement are analyzed. For public transport in Chelyabinsk, the dynamics of the average journey time during the day is shown. The evolutionary processes of the spatial structure are studied using the example of the main electric networks of Russia for the period 1933–2020, using network metrics of stability, uniformity and vulnerability. The analysis of key stages in the development of regional energy systems has been carried out and patterns of changes in their structural stability have been identified. The results obtained emphasize the importance of the spatiotemporal approach for assessing the state, modeling functioning, planning development and effective management of geographical networks in the context of changing spatial and temporal factors.

KEYWORDS: network dynamics, transportation networks, network evolution, electrical grid

ВВЕДЕНИЕ

При моделировании географической реальности мы часто по-разному подходим к представлению разных объектов и явлений. Так, объекты, которые представлены набором точек, могут рассматриваться как точечный процесс [Baddeley et al., 2015]. Дискретные площадные объекты могут быть описаны через соответствующую векторную модель покрытия. Континуальные явления, например температура воздуха или отражательная способность поверхности, описываются через растровые или триангуляционные модели покрытия. Безусловно, в этом случае могут использоваться изолинии, но это необходимо скорее для визуализации, чем для анализа и построения производных моделей. Для совокупности линейных объектов, по которым возможно перемещение людей, вещества, энергии, информации или грузов, используется представление географических сетей. Географические сети — это разновидность пространственных сетей [Barthelemy, 2018], у которых каждый входящий элемент (ребро, вершина) имеет строгую локализацию (геометрию) в заданном масштабе исследования [Karpachevskiy, 2024]. Примерами таких сетей являются

¹ Lomonosov Moscow State University, Faculty of Geography, 1, Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia, e-mail: karpach-am@yandex.ru

² Lomonosov Moscow State University, Faculty of Geography, 1, Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia, e-mail: chingiz.zhanarbaev@student.msu.ru

³ Lomonosov Moscow State University, Faculty of Geography, 1, Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia, e-mail: lipoveckayama@my.msu.ru

дорожные сети, сети общественного транспорта, энергосистемы, сети водных потоков, телекоммуникационные и пр. Географические сети отличаются от остальных объектов тем, что соседство объектов в них задается в первую очередь топологически, а не пространственно; в то же время линейная составляющая является концептуализацией разного рода взаимодействия между дискретными объектами, которое локализуется вдоль определенного пространственного пути.

Традиционный сетевой анализ в большинстве случаев предполагает рассмотрение сетей как статических объектов, в которых связи между узлами фиксированы или изменяются несущественно в течение исследуемого периода. Однако реальная структура многих географических сетей подвержена различным изменениям, проявляющимся как в динамике их функционирования, так и в долговременной эволюции их пространственной конфигурации.

Под динамикой географической сети понимаются временные изменения ее состояний, происходящие на фиксированной или слабо меняющейся топологии. Это могут быть перераспределение потоков, изменение интенсивности связей или временные отключения элементов (характерные, например, для функционирования транспортных или энергетических систем). Динамические процессы разворачиваются на временных масштабах от секунд до нескольких лет и характеризуют оперативное функционирование сети в условиях внешних и внутренних факторов.

Под эволюцией географической сети подразумеваются долгосрочные изменения ее структуры, включающие модификацию топологии, развитие новых связей, исчезновение старых элементов и изменение пространственного распределения узлов [Тархов, 2005]. Эволюционные процессы проявляются на временных интервалах от десятилетий до веков и отражают устойчивые изменения, связанные с развитием инфраструктуры, социально-экономическими трансформациями, технологическим прогрессом и изменением условий функционирования.

Пространственно-временные свойства географических сетей определяют необходимость учитывать одновременно как пространственное размещение узлов и связей, так и временную динамику их существования и активности. В отличие от абстрактных сетей (например социальных сетей или сети Интернет на логическом уровне), для географических сетей пространственные характеристики имеют определяющее значение: расстояние между узлами, стоимость перемещения, наличие физических ограничений (рельеф, плотность застройки) существенно влияет на формирование структуры сети и протекание процессов внутри нее.

В последние десятилетия развиваются специальные подходы к изучению сетей, сочетающих пространственные и временные аспекты. К ним относятся динамические графы, многослойные многовременные сети и методы анализа комплексных сетей. Эти методы позволяют проводить более точный анализ процессов в географических сетях, учитывать их изменчивость и уязвимость, а также прогнозировать последствия тех или иных трансформаций сети.

Таким образом, понимание различий между динамикой и эволюцией географических сетей, учет их пространственно-временных характеристик являются необходимой основой для адекватного анализа, моделирования и управления такими системами. Более подробно динамические аспекты будут рассмотрены на примере сетей общественного транспорта, а эволюционные процессы — на примере магистральных электрических сетей.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Динамика географических сетей

Разнообразные системы реального мира, от сетей общественного транспорта до интернета, могут быть эффективно представлены в виде графов. При этом традиционный сетевой анализ зачастую рассматривает их структуру как статическую, предполагая, что она изменяется значительно медленнее исследуемых процессов [Pan, Saramäki, 2011]. Во многих реальных случаях ребра графа отражают собой не постоянные связи между его узлами, а дискретные во времени события, существующие в течение небольшого промежутка времени.

Наличие подобных динамических свойств подразумевает значительную неоднородность систем, выходящую за рамки привычного сетевого анализа [Barrat et al., 2008]. Так, например, в динамических сетях теряет силу транзитивность, характерная для ориентированных графов. В традиционном понимании транзитивность означает, что если существует путь от вершины А к вершине В и от вершины В к вершине С, то существует также путь от А к С. Во временных сетях иначе — если дуга (А, В) активна только в более поздний момент времени, чем дуга (В, С), такая связь не существует. Таким образом, временная последовательность событий может иметь критическое значение для структуры всей сети [Pan, Saramäki, 2011].

Например, на рис. 1 отражена динамика среднего времени в пути на общественном транспорте от данной ячейки до всех остальных ячеек в городе. В течение суток значения этого показателя значительно изменяются. Вечером в отдельных районах города фиксируется снижение уровня доступности более чем на 30 %.

Изучение подобных динамических сетей представляет собой междисциплинарную научную область, исследования в которой ведутся параллельно без существенных контактов между исследователями. Это отражается в большом объеме дублирующейся терминологии и отсутствии консенсуса относительно самого объекта исследования, имеющего множество названий — временные графы, эволюционирующие графы, изменяющиеся во времени графы, зависимые от времени графы, динамические графы, графы с отметками времени и т. д. [Holme, Saramäki, 2012].

Динамическая (или пространственно-временная) пространственная сеть может быть формально определена как граф с временным атрибутом, обозначаемый как (1):

$$G = (V, E, T) \quad (1),$$

где $V = \{v_1, v_2, \dots\}$ — множество узлов графа G , где каждый узел v_i представляет собой некоторый географический пункт,
 $E = \{e_1, e_2, \dots\}$ — множество ребер графа G , где каждое ребро e_i соединяет пару узлов и может отражать наличие пути или связи между ними,
 $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ — временной диапазон, в течение которого некоторые узлы и ребра активны или обладают определенным свойством; t_1 представляет собой начальное время интервала, а t_n — его конец.

Для статических сетей, например дорожных, основной задачей является поиск кратчайшего пути между точками. В динамических сетях эта задача эволюционирует в поиск пути с самым ранним временем прибытия (*earliest arrival problem*) [Haryan et al., 2020]. Ее решение состоит в определении маршрута от начального узла S до целевого T , который начинается не раньше определенного времени t и обеспечивает максимально быстрое прибытие с учетом существующих ограничений.

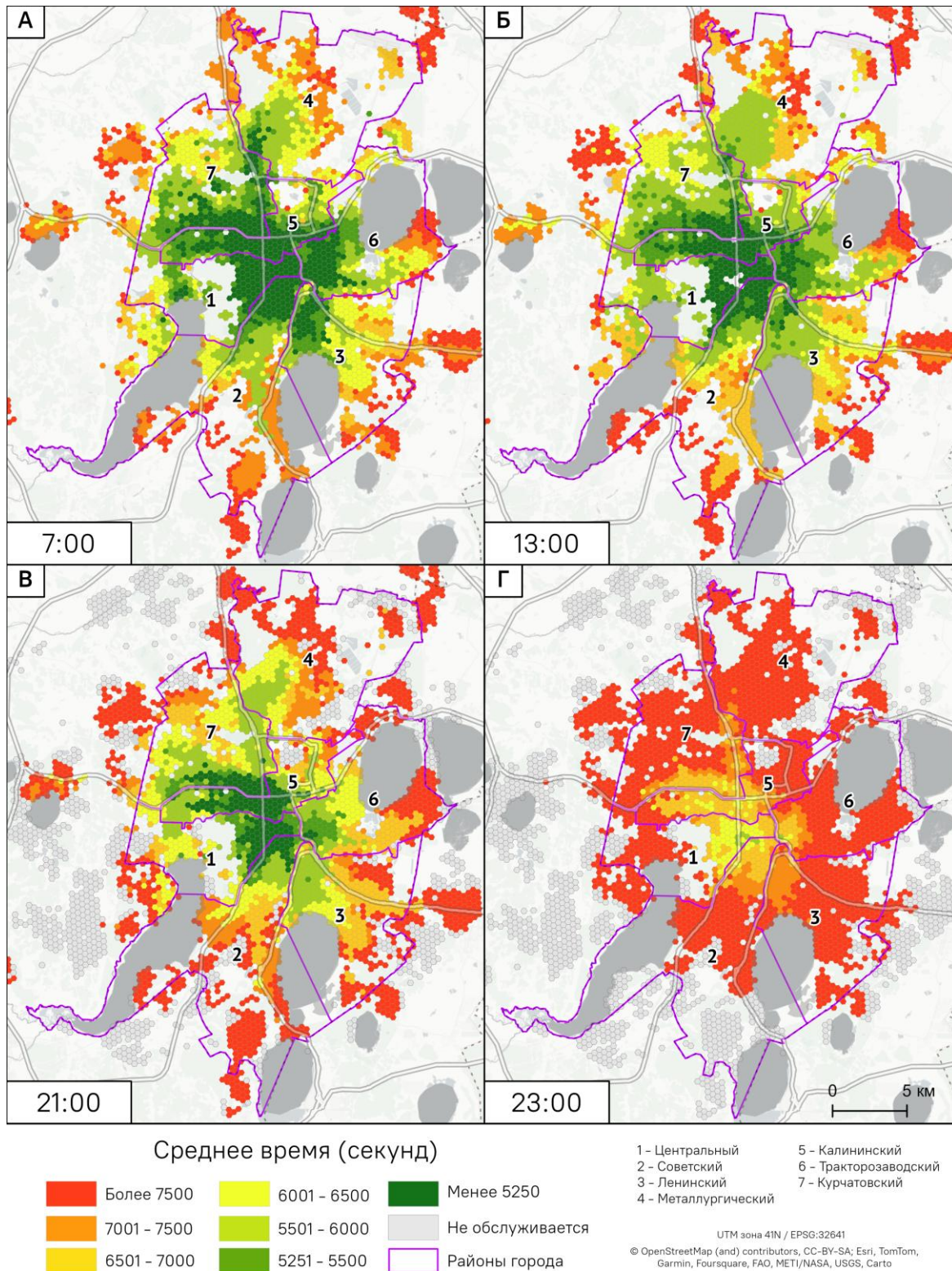


Рис. 1. Динамика среднего времени в пути в общественном транспорте в понедельник в Челябинске [Жанарбаев, Карпачевский, 2024]
Fig. 1. Dynamics of average travel time in public transport on Monday in Chelyabinsk [Жанарбаев, Карпачевский, 2024]

Задача вычисления наиболее раннего времени прибытия может быть однозначно решена путем модификации классического алгоритма Дейкстры. Она заключается в том, что стоимость ребра (s, u) определяется по ходу работы алгоритма для текущего момента времени T_c . Получаем (2):

$$Cost_{e(u,v)} = f(T_c) = f(T + dist(s, u)) \quad (2),$$

где T_c — текущий момент времени,
 T — исходное время отправления,
 $f(T_c)$ — некоторая функция, определяющая зависимость веса ребра от T ,
 $dist(s, u)$ — накопленная стоимость пути от начального узла s к текущему узлу u .

Эволюция географических сетей

Эволюция географической сети представляет собой сложный и разноплановый процесс постепенных изменений ее пространственной структуры, связанных с некоторыми закономерностями развития этой сети с течением времени. Эволюция сети затрагивает фундаментальные изменения в ее топологии и структуре, что отличает этот процесс от динамики [Newman, 2010].

Некоторые географические сети, как, например, магистральные электрические в составе энергосистем, являются стратегически и критически важными объектами. Их эволюция определяет долгосрочную устойчивость функционирования экономики, поэтому такие сети требуют изучения этого процесса для возможности дальнейшего прогнозирования [Boccaletti et al., 2006].

Пространственной структурой электрической сети является взаимное пространственное расположение электрических станций (ЭС), подстанций (ПС) и линий электропередачи (ЛЭП), а также их характеристики [Липовецкая, Карпачевский, 2024]. Эволюционные процессы в электросетях включают увеличение связности за счет строительства новых ЛЭП, модернизацию существующих узлов, повышение резервирования потоков энергии [Buzna et al., 2009; Rosas-Casals et al., 2018]. Эти процессы определяют надежность электросети, т. е. возможность бесперебойно передавать электроэнергию от источников до потребителей. Надежность сети зависит от ее устойчивости, что в свою очередь связано со структурной уязвимостью, предрасположенностью к авариям. Следовательно, пространственно-временные изменения электросети должны быть направлены на понижение ее уязвимости. Таким образом, эволюция электросети определяется изменениями не только ее пространственной структуры, но и устойчивости.

Одним из таких показателей устойчивости является взвешенная эффективность сети [Buzna et al., 2009] (3):

$$E(G) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i,j \in N, i \neq j} \frac{1}{d_{ij}^w} \quad (3),$$

где G — электросеть, представленная в виде графа,
 i и j — узлы графа,
 d_{ij}^w — взвешенное кратчайшее расстояние между этими узлами.

Чем выше значение эффективности, тем короче взвешенные кратчайшие пути между узлами, что указывает на меньшую уязвимость как отдельных элементов, расположенных на этих путях, так и всей сети в целом.

Второй показатель, информационная центральность, характеризует однородность сети (4):

$$I = \frac{E(G) - E'(G)}{E(G)} = 1 - \frac{E'(G)}{E(G)} \quad (4),$$

где $E(G)$ — исходная взвешенная эффективность сети,
 $E'(G)$ — взвешенная эффективность сети после удаления из сети случайного узла вместе с инцидентными ребрами.

Чем меньше отношение этих двух эффективностей, тем выше показатель, поскольку удаление узла приводит к увеличению кратчайших путей из-за потери альтернативных маршрутов снабжения. Таким образом, высокие значения информационной центральности свидетельствуют о структурной неоднородности сети и ее большей уязвимости.

Эволюционные изменения пространственной структуры должны быть направлены на понижение свойства уязвимости, поэтому в исследовании из сети исключается не случайный узел, а наиболее уязвимый, который определяется на основе расчета индекса уязвимости подстанций SVI [Liu et al., 2012] (5):

$$SVI = \frac{P_{gj}}{P_{li}(Z_{ij})} \quad (5),$$

где P_{li} — напряжение подстанции i ,
 P_{gj} — напряжение электростанции j ,
 Z_{ij} — кратчайшее расстояние между ними.

Чем меньше значение индекса SVI подстанции, тем более она уязвима и наоборот.

Для всех рассмотренных показателей расстояние между элементами сети определяется синтезированной характеристикой, основанной на трех параметрах ЛЭП: пропускной способности (максимальной силе тока), возрасте и протяженности. Для каждого параметра с помощью метода анализа иерархий определяются весовые коэффициенты, которые затем умножаются на соответствующие значения параметров. Полученные результаты суммируются, формируя итоговый вес линии.

Моделирование эволюции географической сети на примере электросети производилось на основе базы данных «Пространственно-временное развитие магистральных электрических сетей России в период 1933–2020 гг.», которая содержит необходимые пространственно-временные данные о магистральных электросетях России.

Для выявления эволюционных изменений магистральных электросетей России сеть была разделена на 69 существующих на момент 2020 г. региональных энергосистем. Такой подход позволяет учитывать региональные особенности формирования и развития сетевых структур, что важно для анализа неоднородных эволюционных процессов в различных частях страны. Для каждой региональной энергосистемы на каждый год вычислялись рассмотренные выше сетевые метрики: индексы уязвимости подстанций, средние значения которых характеризовали общую устойчивость каждой региональной энергосистемы, исходную эффективность сети и эффективность сети без наиболее уязвимого узла, выявленного по значениям индекса SVI , а также однородность (информационная центральность).

Далее были выделены основные этапы эволюции магистральных электросетей России: 1933–1950 гг., 1950–1969 гг., 1969–1990 гг., 1990–2009 гг. и 2009–2020 гг. Эти реперные точки отражают развитие электросетей от формирования базовой простран-

венной структуры через фазу активного расширения до нынешнего этапа стагнации. Выбор реперных точек для анализа эволюции географических сетей имеет принципиальное значение, т. к. необходимо определить такие временные срезы, в которых происходили качественные преобразования пространственной структуры. Поэтапный анализ позволяет не только выявить общий тренд, но и определить периоды ускоренной или замедленной эволюции (рис. 2–3).

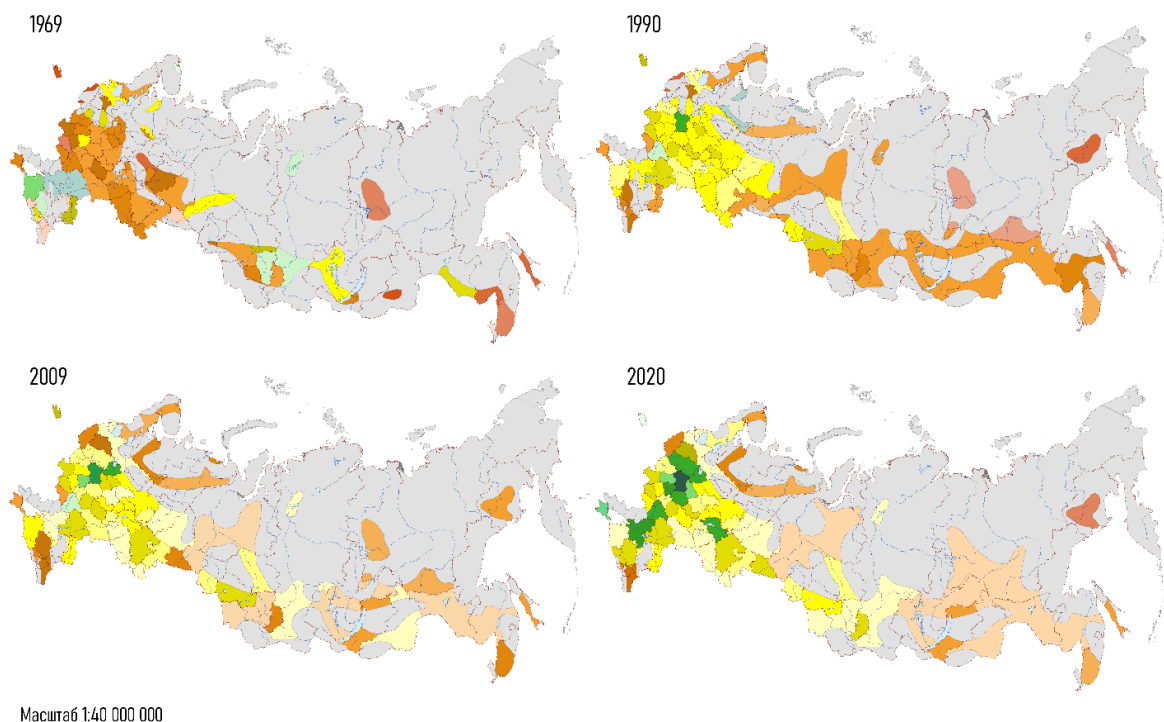


Рис. 2. Изменение уровня пространственной структуры региональных энергосистем
Fig. 2. Changing of the spatial structure development rate of regional power grids

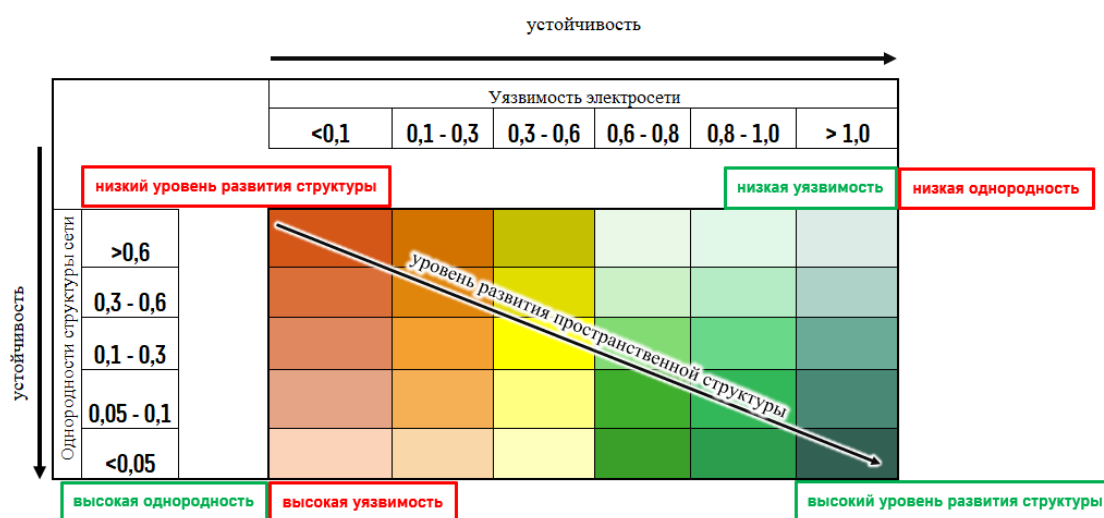


Рис. 3. Легенда к картам уровня развития пространственной структуры региональных энергосистем
Fig. 3. Legend to the maps of the spatial structure development rate of regional power grids

Комплексная оценка уровня развития пространственной структуры на каждом этапе осуществлялась путем синтезирования рассмотренных показателей. Была разработана матрица, основанная на пересечении интервалов уязвимости и однородности сети. В матрице наиболее высокий уровень развития соответствовал сочетанию наибольшей устойчивости (высокие значения индекса уязвимости) и высокой однородности (низкие значения информационной центральности). Такой подход позволил количественно описать эволюционные изменения пространственной структуры магистральных электросетей в течение практически столетнего периода.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Сети общественного транспорта служат характерным примером такого рода систем, где связь между географическими пунктами (остановками) обеспечивается совокупностью отправок отдельных рейсов по маршрутам в конкретные моменты времени [Жанарбаев, Карначевский, 2024]. Аналогичные свойства проявляются и в сетях авиаперевозок. Даже городские уличные и дорожные сети, несмотря на фиксированную пространственную конфигурацию перекрестков и сегментов, демонстрируют выраженную динамику. Изменчивые транспортные потоки, возникновение заторов, временные перекрытия из-за дорожных работ или инцидентов постоянно влияют на скорость и доступность путей перемещения [Barrat et al., 2008].

Критические инфраструктурные сети, такие как энергосистемы или интернет, чья физическая топология (расположение подстанций, линий передач) изменяется относительно медленно, проявляют существенную динамику на операционном уровне. Распределение нагрузки на узлы и связи непрерывно меняется, что может приводить к перегрузкам и каскадным сбоям, динамически изменяя связность и пропускную способность системы.

Во всех этих примерах временной аспект и динамика взаимодействий являются неотъемлемой частью структуры и функционирования сети. Динамические пространственные сети обеспечивают необходимую формальную систему, в которой можно описывать процессы, где пространственные и временные характеристики взаимодействуют и взаимно определяют друг друга. Переход к моделированию сетей как систем с временной эволюцией позволяет учитывать нестабильную природу реальных процессов. Это, в свою очередь, открывает новые возможности для анализа уязвимости, проектирования и управления сетями в условиях постоянных изменений.

В случае изучения долговременных эволюционных процессов географических сетей, например электрических, на первый план выходит анализ структурных свойств сети. Эволюционный процесс подразумевает стремление системы к устойчивому состоянию, что в данном случае выражается в оценке уязвимости сети к внешним воздействиям. Мерами центральности служат такие производные величины, как эффективность и информационная центральность. Они могут быть модифицированы в соответствии с особенностями изучаемой сети и ее свойств уязвимости.

Анализируя рассмотренные в предыдущем разделе реперные точки эволюции электросетей, можно сказать, что на первом временном срезе (1969 г.) отмечается низкая эффективность и высокая неоднородность структуры, что говорит о начальной фазе сетевой эволюции с ограниченным числом связей и высокой уязвимостью, выраженной в отсутствии резервных путей снабжения электроэнергией в случае аварий. К 1990 г. в результате введения в эксплуатацию многочисленных ЛЭП, ПС и ЭС наблюдается значительный рост эффективности и повышение однородности электросетей. Эти изменения отражают переход к следующей фазе эволюции, заключающийся в наиболее активном расширении и оптимизации сетей: увеличение числа ЛЭП и, как следствие, появление новых путей передачи энергии приводит к снижению предрасположенности к авариям

наиболее уязвимых подстанций. Сокращение длины кратчайших путей при выходе уязвимых элементов из строя также свидетельствует об увеличении числа надежных резервных маршрутов снабжения. Эволюционные процессы замедляются в постсоветский период — к 2009 г. эффективность и однородность сети сохраняются на достигнутом ранее уровне, что указывает на фазу стабилизации пространственной структуры. В 2020 г. отмечаются незначительные положительные изменения: небольшое снижение уязвимости электросетей и рост однородности, однако в целом большая часть территории России остается топологически предрасположенной к авариям за счет своей пространственной распределенности и сохраняющейся слабой связности между некоторыми объединенными энергосистемами Сибири и Дальнего Востока. Это свидетельствует о незавершенности процесса эволюции электросетей России и необходимости их дальнейшего развития и модернизации.

ВЫВОДЫ

Изучение пространственно-временных свойств географических сетей позволяет существенно расширить понимание процессов, протекающих в реальных пространственно организованных системах. Географические сети демонстрируют сложные формы временной изменчивости и пространственной эволюции, что требует использования методов анализа, учитывающих динамические и структурные свойства.

Динамика географических сетей отражает изменения состояний при относительно постоянной топологии и оказывает критическое влияние на функционирование систем, таких как сети общественного транспорта и энергосистемы. В то же время эволюция сетей связана с изменением их пространственной структуры и является долгосрочным процессом, определяющим устойчивость и надежность функционирования инфраструктурных систем.

Применение формальных моделей динамических и эволюционирующих сетей позволяет проводить количественную оценку степени уязвимости и однородности сетевых структур, выявлять ключевые этапы их развития и прогнозировать направления дальнейших изменений. Пространственно-временной подход к анализу сетей открывает новые перспективы для проектирования, модернизации и управления географическими системами различной природы в условиях изменяющихся внешних и внутренних факторов.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено в рамках гранта Российского научного фонда № 25-77-00015 «Моделирование эволюции пространственных и топологических свойств электрических сетей».

ACKNOWLEDGEMENTS

The study is supported by the grant of the Russian Science Foundation, project No. 25-77-00015 “Modeling the Evolution of Spatial and Topological Properties of Power Grids”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Жанарбаев Ч. Б., Карпачевский А. М. Моделирование пространственно-временной динамики сетей городского общественного транспорта на примере Челябинска. Геодезия, картография, геоинформатика и кадастры. Материалы V Всероссийской научно-практической конференции. СПб.: Издательско-полиграфическая ассоциация высших учебных заведений, 2024. С. 423–430. DOI: 10.52565/9785911553449.

Карпачевский А. М. Теоретические и технологические проблемы анализа географических сетей. Геодезия, картография, геоинформатика и кадастры. Материалы V Всероссийской научно-практической конференции. СПб.: Издательско-полиграфическая ассоциация высших учебных заведений, 2024. С. 487–494. DOI: 10.52565/9785911553449.

Липовецкая М. А., Карначевский А. М. Геоинформационное моделирование изменений пространственной структуры магистральных электрических сетей России в период 1933–2020 гг. Цифровая география. Материалы II Всероссийской научно-практической конференции с международным участием (г. Пермь, 25–28 сентября 2024 г.). Пермь: ПНИПУ, 2024. С. 127–130.

Тархов С. А. Эволюционная морфология транспортных сетей. Смоленск–М.: Универсум, 2005. 382 с.

Baddeley A., Rubak E., Turner R. Spatial Point Patterns: Methodology and Applications with R. 1st ed. New York: Chapman and Hall/CRC, 2015. DOI: 10.1201/b19708.

Barrat A., Barthélemy M., Vespignani A. Dynamical Processes on Complex Networks. Cambridge: Cambridge University Press, 2008. DOI: 10.1017/CBO9780511791383.

Barthelemy M. Morphogenesis of Spatial Networks. Switzerland, Cham: Springer International Publishing, 2018. 331 p. DOI: 10.1007/978-3-319-20565-6.

Boccaletti S., Latora V., Moreno Y., Chavez M., Hwang D.-U. Complex Networks: Structure and Dynamics. Physics Reports, 2006. V. 424. Iss. 4–5. P. 175–308. DOI: 10.1016/j.physrep.2005.10.009.

Buzna L. The Evolution of the Topology of High-Voltage Electricity. International Journal of Critical Infrastructures, 2009. V. 5. No. 1/2. P. 72–85. DOI: 10.1504/IJCIS.2009.022850.

Haryan C. A., Ramakrishna G., Nasre R., Reddy A. D. A GPU Algorithm for Earliest Arrival Time Problem in Public Transport Networks. 2020 IEEE XXVII International Conference on High Performance Computing, Data, and Analytics (HiPC). IEEE, 2020. P. 171–180. DOI: 10.1109/HiPC50609.2020.00031.

Holme P., Saramäki J. Temporal Networks. Physics Reports, 2012. V. 519. No. 3. P. 97–125. DOI: 10.48550/arXiv.1108.1780.

Liu C., Xu Q., Chen Z., Bak C. Vulnerability Evaluation of Power System Integrated with Large-Scale Distributed Generation Based on Complex Network Theory. XLVII International Universities Power Engineering Conference (UPEC). IEEE, 2012. P. 1–5. DOI: 10.1109/UPEC.2012.6398605.

Newman M. E. J. Networks: An Introduction. Oxford: Oxford University Press, 2010. DOI: 10.1093/acprof:oso/9780199206650.001.0001.

Pan R. K., Saramäki J. Path Lengths, Correlations, and Centrality in Temporal Networks. Physical Review E, 2011. V. 84. Art. 016105. DOI: 10.1103/PhysRevE.84.016105.

Rosas-Casals M., Valverde S., Sole R. A Simple Spatiotemporal Evolution Model of a Transmission Power Grid. IEEE Systems Journal, 2018. V. 12. P. 3747–3754.

REFERENCES

Baddeley A., Rubak E., Turner R. Spatial Point Patterns: Methodology and Applications with R. 1st ed. New York: Chapman and Hall/CRC, 2015. DOI: 10.1201/b19708.

Barrat A., Barthélemy M., Vespignani A. Dynamical Processes on Complex Networks. Cambridge: Cambridge University Press, 2008. DOI: 10.1017/CBO9780511791383.

Barthelemy M. Morphogenesis of Spatial Networks. Switzerland, Cham: Springer International Publishing, 2018. 331 p. DOI: 10.1007/978-3-319-20565-6.

Boccaletti S., Latora V., Moreno Y., Chavez M., Hwang D.-U. Complex Networks: Structure and Dynamics. Physics Reports, 2006. V. 424. Iss. 4–5. P. 175–308. DOI: 10.1016/j.physrep.2005.10.009.

- Buzna L.* The Evolution of the Topology of High-Voltage Electricity. *International Journal of Critical Infrastructures*, 2009. V. 5. No. 1/2. P. 72–85. DOI: 10.1504/IJCIS.2009.022850.
- Haryan C. A., Ramakrishna G., Nasre R., Reddy A. D.* A GPU Algorithm for Earliest Arrival Time Problem in Public Transport Networks. 2020 IEEE XXVII International Conference on High Performance Computing, Data, and Analytics (HiPC). IEEE, 2020. P. 171–180. DOI: 10.1109/HiPC50609.2020.00031.
- Holme P., Saramäki J.* Temporal Networks. *Physics Reports*, 2012. V. 519. No. 3. P. 97–125. DOI: 10.48550/arXiv.1108.1780.
- Karpachevskiy A. M.* Theoretical and Technological Problems of Geographic Networks Analysis. *Geodesy, Cartography, Geoinformatics and Cadasters. Proceedings of the V All-Russian Scientific and Practical Conference*. St. Petersburg: Publishing and Printing Association of Higher Educational Institutions, 2024. P. 487–494 (in Russian). DOI: 10.52565/9785911553449.
- Lipovetskaya M. A., Karpachevskiy A. M.* Geo-Information Modeling of Spatial Structure Changes of Russia’s Backbone Electric Networks in 1933–2020. *Digital Geography. Proceedings of the II All-Russian Scientific and Practical Conference with International Participation (Perm, September 25–28, 2024)*. Perm: Perm National Research Polytechnic University, 2024. P. 127–130 (in Russian).
- Liu C., Xu Q., Chen Z., Bak C.* Vulnerability Evaluation of Power System Integrated with Large-Scale Distributed Generation Based on Complex Network Theory. *XLVII International Universities Power Engineering Conference (UPEC)*. IEEE, 2012. P. 1–5. DOI: 10.1109/UPEC.2012.6398605.
- Newman M. E. J.* *Networks: An Introduction*. Oxford: Oxford University Press, 2010. DOI: 10.1093/acprof:oso/9780199206650.001.0001.
- Pan R. K., Saramäki J.* Path Lengths, Correlations, and Centrality in Temporal Networks. *Physical Review E*, 2011. V. 84. Art. 016105. DOI: 10.1103/PhysRevE.84.016105.
- Rosas-Casals M., Valverde S., Sole R.* A Simple Spatiotemporal Evolution Model of a Transmission Power Grid. *IEEE Systems Journal*, 2018. V. 12. P. 3747–3754.
- Tarkhov S. A.* *Evolutionary Morphology of Transport Networks*. Smolensk–Moscow: Universum, 2005. 382 p. (in Russian).
- Zhanarbaev Ch. B., Karpachevskiy A. M.* Modeling of Spatio-Temporal Dynamics of Urban Public Transport Networks on the Example of Chelyabinsk. *Geodesy, Cartography, Geoinformatics and Cadasters. Proceedings of the V All-Russian Scientific and Practical Conference*. St. Petersburg: Publishing and Printing Association of Higher Educational Institutions, 2024. P. 423–430 (in Russian). DOI: 10.52565/9785911553449.
-